

基于模糊模式识别的认知诊断

钱锦昕 余嘉元*

【摘要】 目前绝大多数的认知诊断方法都是基于概率统计方法的,需要在大样本的基础上进行复杂的参数估计。本研究采用模糊模式识别的方法对被试进行分类,模拟结果表明,基于格贴近度的被试分类可以得到很高的诊断准确率。实证研究表明,该方法可以对初中二年级学生掌握数学的认知模式进行很好的诊断。该方法原理清楚、计算简便,无需进行复杂的参数估计,在较小样本条件下也可以使用。

【关键词】 认知诊断;模糊模式识别;贴近度;心理测量

认知诊断是心理测量的最新研究领域,它是认知心理学和测量理论相结合的产物,迄今为止,已经提出了超过 60 种的模型,这些模型都是基于概率统计方法的(Fu & Li,2007),通常都需要大样本方能得到可靠的结果。例如对于目前最为广泛应用的 DINA 模型(de la Torre,2009,2011)就至少需要较大样本方可收敛(Rupp & Templin,2008),而且,运用这些模型进行认知诊断时,都需要进行复杂的参数估计,例如采用 EM 算法、MCMC 算法等,这些对于中小学教师进行实际的诊断就非常困难。为此就要寻找计算较为简单、可用于较小样本的认知诊断方法。认知诊断的本质是对不同类型的被试进行模式识别,是根据他们对于测验的作答将其划分到不同的类别中,被试在对测验项目作答时是具有一定模糊性的,因此可以考虑采用模糊模式识别的方法进行认知诊断,而且该方法是不需要进行复杂参数估计的,也可以在较小样本的条件下使用。

一、模糊模式识别

所谓模式识别,就是在已知论域 U 上有若干标准模式,有一批待识别的对象,要求确定这些待识别对象中的每一个分别最接近于哪个标准模式。当标准模式或待识别对象中至少有一个模糊模式时,就称为模糊模式识别(Cetisli,2010)。

通常把模糊模式识别的方法分为两类,一类是直接方法,就是按照“最大隶属度原则”进行分类,

* 钱锦昕,南京师范大学心理学院博士研究生;余嘉元,南京师范大学心理学院教授、博士生导师,210097。本文为国家社会科学基金项目(BBA080050)、国家自然科学基金项目(71271093)研究阶段性成果。

主要适合于边界清晰的个体;另一类是间接方法,就是按照“择近原则”进行分类,主要适合于边界不清晰的个体。认知诊断是根据被试的作答对其进行分类,而被试的作答是不清晰的,因此要采用“择近原则”对其进行分类。该方法是先计算两个模糊集的贴进度,然后将待识别对象划分到与其贴进度最大的那个标准模式的类别中(Pathak & Hiratsuka,2011)。

常用的贴进度函数有海明贴进度、欧氏贴进度和格贴进度。若在论域 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 上有模糊集 A 和 B ,它们的贴进度函数为 $N(A, B)$,各种贴进度的计算公式如下(Saadatpour, Afshar · & Afshar,2011,):

1. 海明贴进度

$$N(A, B) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |A(u_i) - B(u_i)|$$

2. 欧氏贴进度

$$N(A, B) =$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\sum_{i=1}^n (A(u_i) - B(u_i))^2 \right)^{1/2}$$

3. 格贴进度

$$N(A, B) = (A \circ B) \wedge (A \oplus B)$$

式中, $(A \circ B)$ 为模糊集 A 和 B 的内积,

$$(A \circ B) = \bigvee (A(u) \wedge B(u))$$

$(A \oplus B)$ 为模糊集 A 和 B 的外积。

$$(A \oplus B) \wedge (A(u) \vee B(u))$$

人们用贴进度来描写两个模糊集之间的接近程度,对于上述的3种贴进度计算方法究竟使用哪一种,要根据具体的问题来确定(Giusti & Marsili-Libelli,2009),哪种方法所得到的准确率高就采用哪一种。

二、模糊模式识别认知诊断的模拟研究

认知诊断的质量是根据对被试的判准率来衡量的,如何得到某种认知诊断方法的判准率呢?最合适的途径就是采用计算机模拟的方法(de la Torre & Karelitz,2009;Kalyuga,2008),该方法可以得到模拟被试的真实知识状态,将认

知诊断方法判定的被试类别与他们的真实知识状态进行比较,就可以得到该认知诊断方法的判准率。而且,模拟方法能够对相关参数进行调控,从而得到在不同条件下的判准率,这对于实际工作是很有意义的。

在实际操作时,被试的知识状态是内隐的、不可见的,而他们对于题目的作答反应是外显的、可见的,直接将它们联系是很困难的(Wilson,2008)。丁树良、杨淑群和汪文义(2010)提出了扩展的 Q 矩阵理论:若可达阵 R 是测验 Q 矩阵的子矩阵,那么被试的知识状态与理想反应模式存在一对一的相互关系。根据该理论,若测验 Q 矩阵中包含了可达阵 R ,那么被试的每一种知识状态就有唯一对应的理想反应模式,于是在计算判准率时,就只要对观察反应模式和理想反应模式进行比较就可以了。遵循这一思路,孙佳楠、张淑梅、辛涛、包钰(2011)提出了运用广义距离进行认知诊断的方法。作者定义了一种观察反应模式与理想反应模式间的广义距离,按照距离最小准则对被试的观察反应模式进行分类,取得了较好的效果。在实际的测验过程中,由于被试的作答具有一定的模糊性,如果采用模糊模式识别的方法对被试进行软划分,应该更加符合实际一些。本研究首先采用计算机模拟的方法,探讨运用模糊模式识别进行认知诊断的准确率,在该方法的有效性得到验证以后,再用它对真实的被试进行认知诊断。

进行模糊模式识别的模拟研究步骤如下:

1. 确定测验的属性层次结构

Leighton 等人(2004)将认知诊断测验中属性层级结构归纳为直线型、收敛型、发散型和无结构型,在实际的测验中发散型是运用较多的一种形式,本研究对该形式的测验采用模糊模式识别的方法进行被试的软划分。

2. 产生测验 Q 矩阵和理想反应模式

采用与孙佳楠、张淑梅、辛涛、包钰(2011)相同的方法,得到了包含7种属性的测验 Q 矩阵。在此基础上运用 MATLAB 语言编程,获得了26类理想反应模式。

3. 生成模拟被试

运用 MATLAB 编程生成 1000 个模拟的被试,其原则是:保证测验总分呈正态分布,对于总分相同、理想反应模式不同的,采用平均分配人数的方法。

4. 产生观察反应模式

根据 DINA 模型,产生 1000 个被试的观察反应模式,组成观察反应矩阵。

DINA 模型是当前应用较为广泛的认知诊断模型(DeCarlo,2011),该模型的表达式为:

$$P(Y_{ij}=1|\alpha_i) = (1-s_j)^{\eta_{ij}} g_j^{1-\eta_{ij}}$$

该公式表示了掌握模式为 α_i 的被试答对项目 j 的概率, η_{ij} 描述了被试 i 是否掌握项目 j 考核的所有属性的情况。 s_j 表示被试在项目 j 上失误的概率,称为模型的失误(slipping)参数, g_j 表示被试在项目 j 上猜对的概率,称为模型的猜测(guessing)参数。

在本研究中,为了描述方便将失误参数和猜测参数统称为偏移参数,为了考察在不同偏移参数条件下的判准率,将它们分别取值为 0.05、0.10、0.15 和 0.20。根据 DINA 模型,得到 1000 个被试对测验项目正确作答的概率矩阵 P ,将它的各个元素与均匀分布随机数矩阵 U 中相同位置的元素相比较,由此生成了被试的观察反应矩阵。由于矩阵 U 是由随机数组成的,因此进行了 30 次模拟,得到 30 个观察反应矩阵。

5. 计算观察反应模式和理想反应模式的贴近度

在模糊模式识别中,通常采用海明贴近度、欧氏贴近度和格贴近度来度量两个模糊集的接近程度,为了对它们的诊断准确率进行比较,本研究运用这三种方法分别计算了观察反应模式和理想反应模式的贴近度,表 1 所示的为海明贴近度。

表中的 C1,C2,……,C26 是 26 个理想反应模式,它们对应了 26 种不同的知识状态,X0001,X0002,……,X1000 是 1000 个被试,表中的数字代表了这 1000 个被试的观察反应模式与理想反应模式之间的海明贴近度(由于这是

一个 1001×27 的表格,这里只列出了其中的部分数据)。根据择近原则,这 1000 个被试可以被分别划入海明贴近度最大的类别。

表 1 海明贴近度

	C1	C2	……	C26
X0001	0.8357	0.7639	……	0.6398
X0002	0.9017	0.4386	……	0.7128
……	……	……	……	……
X1000	0.7582	0.6439	……	0.8265

采用类似的方法,再计算出这 1000 个被试与 26 种理想反应模式之间的欧氏贴近度和格贴近度(由于篇幅所限,表格略),然后根据择近原则将他们进行分类。

6. 计算判准率

采用模式判准率(Pattern Match Ratio,PMR)和属性判准率(Attribute Match Ratio,AMR)两个指标,前者考察的是对于被试所有属性掌握模式的判准程度,后者是考察被试对于单个属性掌握模式的判准程度。

$$PMR = \frac{\sum_{i=1}^N N_p}{N}$$

式中,PMR 为模式判准率,N 为被试总数, N_p 为对于被试的掌握模式判对人数。

$$AMR = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K n_k}{K \times N}$$

式中,AMR 为属性判准率,K 为属性个数,N 为被试总数, n_k 表示对于第 k 个属性正确判对的人数。

计算 30 次模拟结果的模式判准率的平均值,得到结果如表 2 所示。

表 2 模式判准率的平均值

偏移参数	海明贴近度	欧氏贴近度	格贴近度
0.05	0.9731	0.9814	0.9921
0.10	0.9527	0.9586	0.9654
0.15	0.9018	0.9241	0.9418
0.20	0.8835	0.9017	0.9321
平均	0.9278	0.9415	0.9579

计算 30 次模拟结果的属性判准率的平均值,得到结果如表 3 所示。

表 3 属性判准率的平均值

偏移参数	海明贴近度	欧氏贴近度	格贴近度
0.05	0.9865	0.9916	0.9974
0.10	0.9851	0.9856	0.9963
0.15	0.9832	0.9841	0.9937
0.20	0.9754	0.9805	0.9916
平均	0.9826	0.9855	0.9948

上述结果表明,无论是模式判准率还是属性判准率,在这 3 种贴近度中,格贴近度的判准率都是最高的。

三、模糊模式识别认知诊断的实证研究

上述模拟研究表明,运用模糊模式识别方法可以对被试进行准确的分类,尤其是采用格贴近度的时候,判准率是最高的。于是运用该方法对某校初中二年级学生的数学学习情况进行认知诊断,具体步骤如下:

1. 确定测验的属性数目和层次结构
- 经过任课老师和心理学专家的共同分析,确定了 6 个需要测量的认知属性,它们之间的结构是发散型的。
2. 产生测验 Q 矩阵和理想反应模式
- 采用丁树良,杨淑群,汪文义(2010)提出的方法,得到测验 Q 矩阵。根据该矩阵,编制了 20 道试题组成的试卷,并运用 MATLAB 语言编程,获得 12 类理想反应模式。
3. 通过测试得到观察反应模式
- 将上述试卷对某校初中二年级学生进行测试,删除作答不完整的学生后,得到 272 份有效试卷。
4. 计算观察反应模式和理想反应模式的贴近度

根据上述模拟研究的结果,运用格贴近度进行模糊模式识别的判准率最高,因此对这批初中生的测验结果计算了观察反应模式和理想反应模式间的格贴近度,结果如表 4 所示。

表中的 C1,C2,……,C12 是 12 个理想反应模式,X001,X002,……,X272 是 272 个被试,表

中的数字代表了这些被试的观察反应模式与理想反应模式之间的格贴近度。

表 4 初中二年级数学认知诊断的格贴近度

	C1	C2	……	C12
X001	0.4863	0.8529	……	0.7154
X002	0.6238	0.5329	……	0.6428
……	……	……	……	……
X272	0.5637	0.4168	……	0.3271

5. 认知诊断结果

根据择近原则,这 272 个学生被分别划入了格贴近度最大的类别,如表 5 所示。

表 5 认知诊断结果

模式	人数	百分比(%)	知识状态
C1	4	1.47	100000
C2	13	4.78	110000
C3	3	1.10	101000
C4	72	26.47	111000
C5	2	0.74	101100
C6	1	0.37	101001
C7	13	4.78	111100
C8	25	9.19	111001
C9	1	0.37	101101
C10	1	0.37	101110
C11	7	2.57	111110
C12	130	47.79	111111

教师可以根据上述结果,有针对性对各类学生进行教学。

四、结论和展望

上述研究表明,在认知诊断测验中运用模糊模式识别方法可以较为准确地对被试进行分类,其中基于格贴近度的分类最为准确。该方法原理清楚、计算简便,克服了目前大多数认知诊断模型需要进行复杂参数估计的困难,在较小样本条件下也可以使用。

本研究目前只对模糊模式识别在发散型属性结构条件下的情况进行了研究,今后可以继续对直线型、收敛型和无结构型等其他属性结构条件下的认知诊断进行研究。

参考文献:

- 丁树良、杨淑群、汪文义,2010:《可达矩阵在认知诊断测验编制中的重要作用》,《江西师范大学学报》(自然科学版)第5期。
- 孙佳楠、张淑梅、辛涛、包钰,2011:《基于Q矩阵和广义距离的认知诊断方法》,《心理学报》第9期。
- Cetisli,B.,2010,“Development of an Adaptive Neuro-fuzzy Classifier Using Linguistic Hedges:Part 1”,*Expert Systems with Applications*,vol. 37,pp. 6093 – 6101.
- DeCarlo,L. T.,2011,“On the analysis of fraction subtraction data:The DINA model,classification,latent class sizes,and Q-matrix”,*Applied Psychological Measurement*,vol. 35,pp. 8 – 24.
- de la Torre,J.,2009,“DINA model and parameter estimation:A didactic”,*Journal of Educational and Behavioral Statistics*,vol. 34,pp. 115 – 130.
- de la Torre,J.,2011,“The generalized DINA model framework”,*Psychometrika*,vol. 76,pp. 179 – 199.
- de la Torre,J. and T. M. Karelitz,2009,“Impact of diagnosticity on the adequacy of models for cognitive diagnosis under a linear attribute structure: A simulation study”,*Journal of Educational Measurement*,vol. 46,pp. 450 – 469.
- Fu,J. and Y. Li,2007,“Cognitively diagnostic psychometric models: An integrative review”, Paper presented at the Annual Meeting of the National Council on Measurement in Education,Chicago,IL.
- Giusti,E. and S. Marsili-Libelli,2009,“Spatio-temporal dissolved oxygen dynamics in the Orbetello Lagoon by fuzzy pattern recognition”,*Ecological Modeling*,vol. 220,pp. 2415 – 2426.
- Kalyuga,S.,2008,“When less is more in cognitive diagnosis:A rapid online method for diagnosing learner task-specific expertise”,*Journal of Educational Psychology*,vol. 100,pp. 603 – 612.
- Leighton,J. P.,M. J. Gierl and S. M. Hunka,2004,“The attribute hierarchy method for cognitive assessment:A variation on Tatsuoka’s rule-space approach”,*Journal of Educational Measurement*,vol. 41,pp. 205 – 237.
- Pathak,D. R. and A. Hiratsuka,2011,“An integrated GIS based fuzzy pattern recognition model to compute groundwater vulnerability index for decision making”,*Journal of Hydro-environment Research*,vol. 5,pp. 63 – 77.
- Rupp,A. A. and J. Templin,2008,“Unique characteristics of diagnostic classification Models:A comprehensive review of the current state-of-the-art”,*Measurement*,vol. 6,pp. 219 – 262.
- Saadatpour,M.,A. Afshar and M. H. Afshar,2011,“Fuzzy pattern recognition method for assessing soil erosion”,*Environ Monit Assess*,vol. 180,pp. 385 – 397.
- Wilson,M.,2008,“Cognitive diagnosis using item response models”,*Journal of Psychology*,vol. 216,pp. 74 – 88.

(责任编辑:蒋永华)

A Fuzzy Pattern Recognition Based Cognitive Diagnosis

QIAN Jin-xin, YU Jia-yuan

Abstract: At present, most of the cognitive diagnostic tests are based on the statistical methods. They require large sample and complex parameter estimation. In this study, fuzzy pattern recognition was used to classify the subjects. The simulation research showed that assorting based grid closeness has higher diagnostic accuracy. Empirical research demonstrated this method could diagnose the cognitive pattern of eighth graders in mathematical study very well. The principle of this method is quite clear, and the calculation process is simple. It is also applicable when the sample is small.

Key words: cognitive diagnosis; fuzzy pattern recognition; closeness; psychological measurement